Feuille : Ordonnancement

Exercice 6.1. — La construction traditionnelle d'une maison individuelle commence par l'établissement des fondations. Supposons que ce projet se décompose en cinq tâches élémentaires :

T - terrassement - durée 3 jours ;
G - mise en place de la grue - durée 1 jour ;
R - branchements aux réseaux d'eau et EDF - durée 2 jours ;
B - coulage d'une dalle de béton - durée 3 jours ;
S - installation de la fosse septique - durée 4 jours.

Les tâches T, G et R peuvent démarrer tout de suite, par contre on ne peut installer la fosse septique ni couler la dalle de béton qu'après avoir effectué les travaux de terrassement. Il est aussi évident que la pose d'une dalle de béton nécessite de l'eau et aussi la présence de la grue qui, pour fonctionner, a besoin de l'électricité. Le problème est de proposer un calendrier d'exécution des tâches respectant les contraintes d'antériorité et permettant de réaliser l'ensemble des tâches en un temps minimum.

Exercice 6.2. — Soit (G, c) le réseau potentiel-tâches d'un problème d'ordonnancement simple. Dénotons les sommets de G par $v_0, v_1, ..., v_n, v_{n+1}$ où v_0 et v_{n+1} correspondent au début et à la fin du projet et $v_1, ..., v_n$ correspondent aux tâches $A_1, ..., A_n$. Soit $\boldsymbol{\pi_i}$ la date au plus tôt quand on peut commencer la tâche A_i. Soit $\boldsymbol{\eta_i}$ la date au plus tard quand il faut commencer la tâche A_i pour finir tout le projet en temps optimal. Soient $\boldsymbol{t_i}$ le coût maximum d'un chemin de v_0 à v_i dans (G, c) et $\boldsymbol{t'_i}$ le coût maximum d'un chemin de v_i à v_{n+1} dans (G, c). Montrer que

(a) G est sans circuit, v_0 est une racine de G et v_{n+1} est atteignable à partir de chaque sommet v_i.

(b) $\pi_i = t_i \ \forall i$.

(c) $\eta_i = t_{n+1} - t'_i \ \forall i$.

Exercice 6.3. — On considère un problème d'ordonnancement simple comportant 5 tâches A, B, C, D, E. Pour chacune des tâches on donne sa durée et la liste des tâches qui doivent la précéder.

Tâches	A	B	C	D	E
Durée	10	2	5	3	6
Prédécesseurs	–	–	A, B, D	–	A

(a) Donner la formulation potentiel-tâches de ce problème d'ordonnancement.
(b) Donner une formulation PERT, aussi compacte que possible, de ce problème.
(c) Quelle est la durée minimale de réalisation de ce projet ?
(d) Donner la liste de tâches critiques et celle des chemins critiques.

Exercice 6.4. — On considère un problème d'ordonnancement simple comportant 9 tâches $A, B, \ldots,$ H et I. Pour chacune des tâches on donne sa durée et la liste des tâches qui doivent la précéder.

Tâches	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Durée	8	9	10	8	6	7	5	6	7
Prédécesseurs	–	–	–	A, B, C	B, C	C	D	D, E, F	F

Répondre aux mêmes questions que dans l'exercice précédent ; et aussi

(e) Si on pouvait diminuer la durée d'une tâche, laquelle faudrait-il choisir pour diminuer la durée totale du projet ?