

22 octobre 2014

À lire attentivement avant de commencer le sujet :

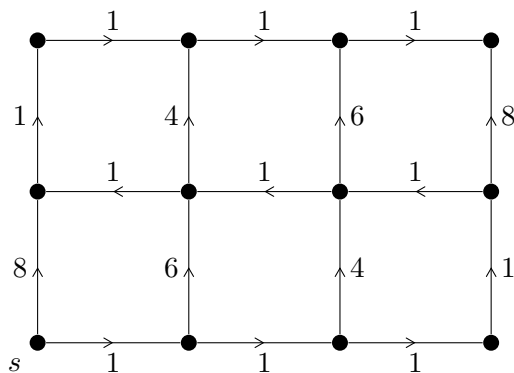
- Justifier proprement vos réponses ; vous ne recevrez pas tous les points pour une réponse correcte sans justification. On peut énoncer des résultats du cours sans les démontrer.
- Le barème (sur 20 points) est inscrit à titre indicatif et est susceptible de changements.
- Les documents ne sont pas autorisés à l'exception d'une feuille A4 recto-verso.
- Les appareils électroniques sont interdits.
- Vous ne devez pas répondre au crayon à papier.
- Le document fait deux pages.

Exercice 1. Arbres — 4 points

Soit T un arbre avec un sommet de degré 1000. Est-il possible que T contienne moins de 1000 sommets de degré 1 ?

Exercice 2. Plus court chemin — 3 points

Utiliser l'algorithme de Dijkstra pour déterminer la distance du sommet s aux autres sommets dans le réseau suivant.

**Exercice 3. Jeu de cartes — 5 points**

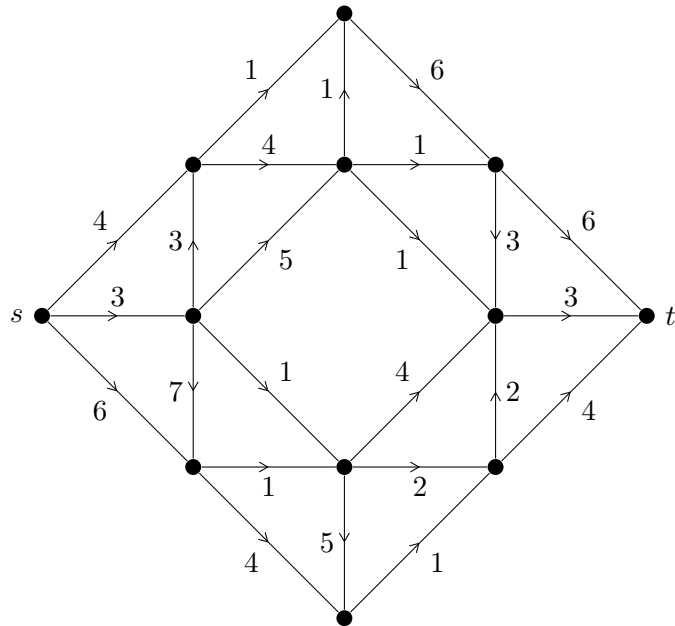
Dans un jeu de $52 = 13 \times 4$ cartes, chaque carte a une valeur (A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, V, D, R) et une couleur (\spadesuit , \diamondsuit , \heartsuit , \clubsuit).

Question 1. Quelle est la longueur maximale d'une suite de cartes qu'on peut construire à partir d'un jeu de 52 cartes de façon à ce que deux cartes consécutives soient de la même valeur ou de la même couleur, mais si on prend trois cartes consécutives quelconques, elles n'ont pas toutes trois la même valeur ni la même couleur ? Par exemple, $A\spadesuit, 7\spadesuit, 7\heartsuit, D\heartsuit$ est une suite qui respecte cette règle.

Indication : représentez le jeu de 52 cartes par un graphe dont les sommets sont A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, V, D, R, \spadesuit , \diamondsuit , \heartsuit , \clubsuit et dont les arêtes sont les cartes. Réfléchissez aux degrés des sommets dans ce graphe.

Exercice 4. Flot-max/coupe-min — 5 points

Soit G le réseau ci-dessous :



Question 1. Déterminer la valeur maximum d'un $s-t$ flot dans G et indiquer l'algorithme choisi.

Question 2. Montrer une $s-t$ coupe dans G dont la capacité est égale à la valeur du flot.

Exercice 5. Arbre couvrant de poids minimum — 3 points

Donner un arbre couvrant de poids minimum du graphe suivant (indiquer l'algorithme choisi).

On représentera l'arbre obtenu en surlignant **distinctement** ses arêtes sur la feuille d'énoncé.

