

8 octobre 2013

**À lire attentivement avant de commencer le sujet :**

- Justifier proprement vos réponses ; vous ne recevrez pas tous les points pour une réponse correcte sans justification. On peut énoncer des résultats du cours sans les démontrer.
- Le barème (sur 20 points) est inscrit à titre indicatif et est susceptible de changements.
- Les documents ne sont pas autorisés à l'exception d'une feuille A4 recto-verso.
- Les appareils électroniques sont interdits.
- Vous ne devez pas répondre au crayon à papier.
- Le document fait deux pages.

**Exercice 1. Séquences de degrés — 3 points**

*Question 1.* Existe-t-il un graphe dont la séquence de degrés est  $(1, 2, 2, 3, 5, 5)$  ?

*Question 2.* Existe-t-il un graphe dont la séquence de degrés est  $(1, 1, 2, 2, 3, 3)$  ?

*Question 3.* Existe-t-il un arbre dont la séquence de degrés est  $(1, 1, 2, 2, 3, 3)$  ?

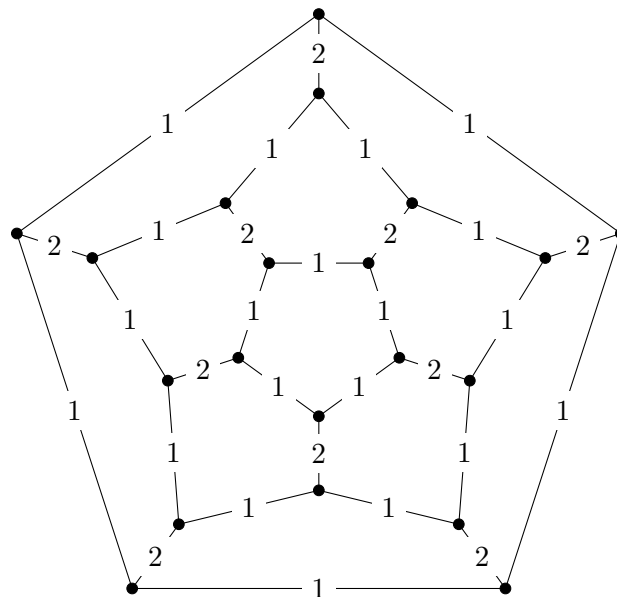
**Exercice 2. Graphes eulériens — 2 points**

*Question 1.* Déterminer les valeurs de  $n$  pour lesquelles  $K_n$  (le graphe complet à  $n$  sommets) est eulérien.

*Question 2.* Est-il vrai que le nombre d'arêtes d'un graphe eulérien avec un nombre pair de sommets est pair ?

**Exercice 3. Arbre couvrant de poids minimum — 2 points**

Soit  $G$  le graphe du dodécaèdre, avec des poids sur les arêtes (voir la figure ci-dessous).



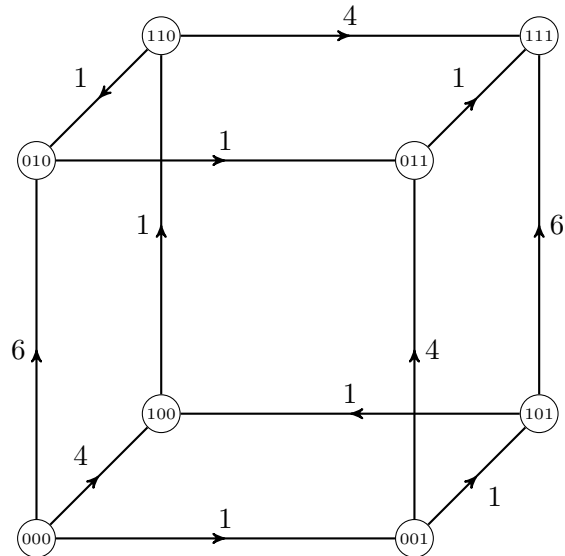
*Question 1.* Quel est le poids d'un arbre couvrant de  $G$  de poids minimum ?

#### Exercice 4. Un archipel — 3 points

Dans un archipel de 7 îles, chaque île est reliée à au moins 3 autres îles par un pont. Peut-on se rendre d'une île quelconque à n'importe quelle autre île sans nager ?

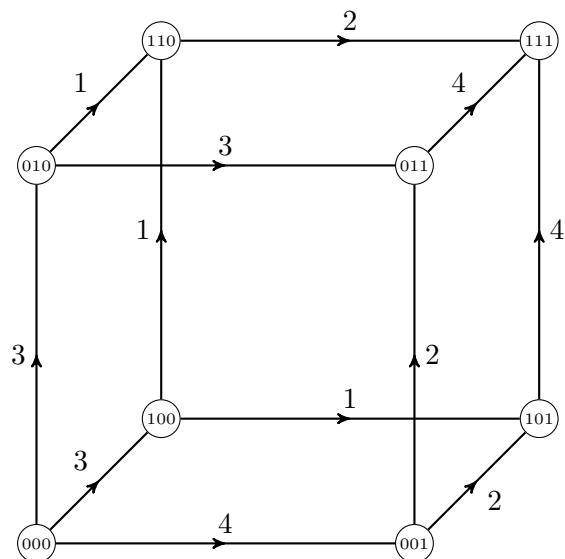
#### Exercice 5. Plus court chemin — 4 points

Question 1. Utiliser l'algorithme de Dijkstra pour déterminer la distance du sommet 000 au sommet 111 dans le réseau suivant.



#### Exercice 6. Flot-max/coupe-min — 6 points

Question 1. Utiliser l'algorithme de Ford-Fulkerson pour déterminer la valeur maximum d'un  $s-t$  flot dans le réseau suivant, où  $s = 000$  et  $t = 111$ .



Question 2. Montrer une  $s-t$  coupe dont la capacité soit égale à la valeur du flot.