

8 octobre 2013

À lire attentivement avant de commencer le sujet :

- Justifier proprement vos réponses ; vous ne recevrez pas tous les points pour une réponse correcte sans justification. On peut énoncer des résultats du cours sans les démontrer.
- Le barème (sur 20 points) est inscrit à titre indicatif et est susceptible de changements.
- Les documents ne sont pas autorisés à l'exception d'une feuille A4 recto-verso.
- Les appareils électroniques sont interdits.
- Vous ne devez pas répondre au crayon à papier.
- Le document fait deux pages.

Exercice 1. Séquences de degrés — 3 points

Question 1. Existe-t-il un graphe dont la séquence de degrés est $(1, 2, 2, 3, 5, 5)$?

Question 2. Existe-t-il un graphe dont la séquence de degrés est $(1, 1, 2, 2, 3, 3)$?

Question 3. Existe-t-il un arbre dont la séquence de degrés est $(1, 1, 2, 2, 3, 3)$?

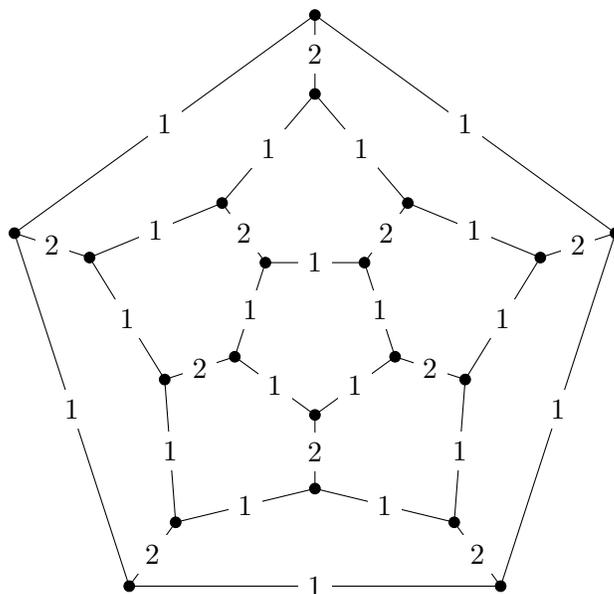
Exercice 2. Graphes eulériens — 2 points

Question 1. Déterminer les valeurs de n pour lesquelles K_n (le graphe complet à n sommets) est eulérien.

Question 2. Est-il vrai que le nombre d'arêtes d'un graphe eulérien avec un nombre pair de sommets est pair ?

Exercice 3. Arbre couvrant de poids minimum — 2 points

Soit G le graphe du dodécaèdre, avec des poids sur les arêtes (voir la figure ci-dessous).



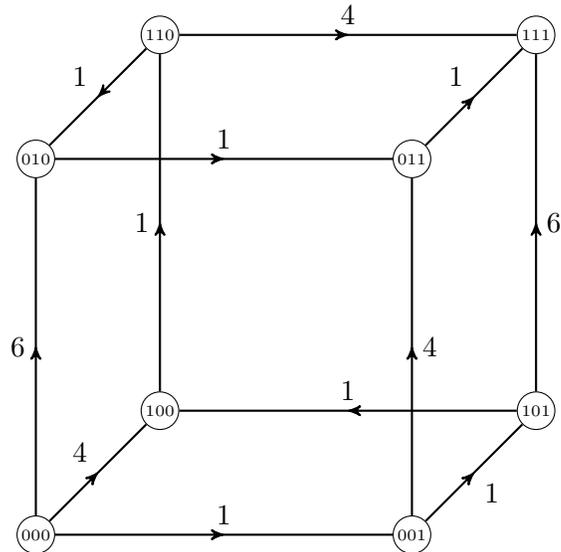
Question 1. Quel est le poids d'un arbre couvrant de G de poids minimum ?

Exercice 4. Un archipel — 3 points

Dans un archipel de 7 îles, chaque île est reliée à au moins 3 autres îles par un pont. Peut-on se rendre d'une île quelconque à n'importe quelle autre île sans nager ?

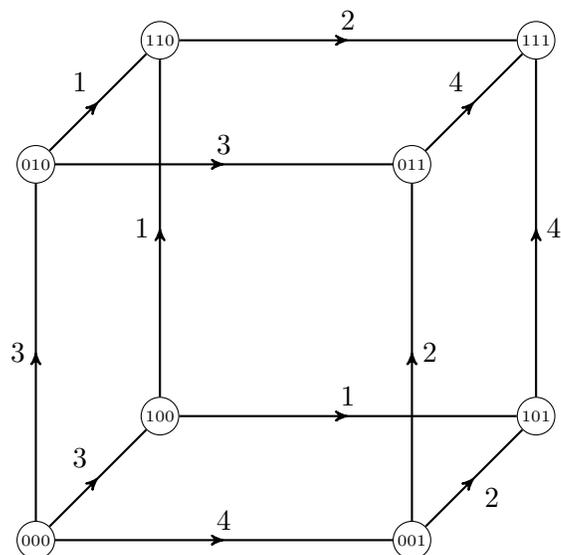
Exercice 5. Plus court chemin — 4 points

Question 1. Utiliser l'algorithme de Dijkstra pour déterminer la distance du sommet 000 au sommet 111 dans le réseau suivant.



Exercice 6. Flot-max/coupe-min — 6 points

Question 1. Utiliser l'algorithme de Ford-Fulkerson pour déterminer la valeur maximum d'un $s-t$ flot dans le réseau suivant, où $s = 000$ et $t = 111$.



Question 2. Montrer une $s-t$ coupe dont la capacité soit égale à la valeur du flot.